

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

$$\text{A) Πυκνότητα} = \frac{\text{Μάζα}}{\text{Όγκος}} \quad \text{ή} \quad d = \frac{m}{V} = \frac{40\text{g}}{5\text{cm}^3} = \frac{40}{5} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Άρα η απάντηση στο υποερώτημα αυτό είναι:

“Το ατσάλι έχει πυκνότητα 8 γραμμάρια ανά κυβικό εκατοστό”

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

B) Η απάντηση στο προηγούμενο υποερώτημα ήταν:

“Το ατσάλι έχει πυκνότητα 8 γραμμάρια ανά κυβικό εκατοστό”  
που σημαίνει:

“Το κάθε κυβικό εκατοστό ατσαλιού ζυγίζει 8 γραμμάρια!”  
ή αλλιώς,

“Το ένα κυβικό εκατοστό ατσαλιού ζυγίζει 8 γραμμάρια!”

Άρα  $1\text{cm}^3$  ατσαλιού έχει μάζα 8g!

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

Γ) Αφού  $1\text{cm}^3$  ατσαλιού ζυγίζει 8g

τότε τα  $20\text{cm}^3$  ατσαλιού θα ζυγίζουν 20 φορές περισσότερο

δηλαδή  $20 \cdot 8 = 160\text{g}$ !

Αυτό συμβαίνει επειδή η πυκνότητα τού ατσαλιού είναι σταθερή,

δηλαδή ο λόγος τής μάζας διά τον όγκο ενός κομματιού ατσαλιού

είναι πάντα σταθερός και, επομένως,

η μάζα ενός κομματιού είναι **ανάλογη** με τον όγκο τού κομματιού!

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

Δ) Πόσο όγκο θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει μάζα 120g;

Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

Δ) Πόσο όγκο θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει μάζα 120g;

Δ) Ξανά, επειδή η πυκνότητα τού ατσαλιού είναι σταθερή, και τα φυσικά μεγέθη μάζα και όγκος είναι **ανάλογα**:

Το  $1\text{cm}^3$  ατσαλιού ζυγίζει 8g

Τα  $X\text{cm}^3$  ατσαλιού θα ζυγίζουν 120g

(Εφαρμόζουμε την απλή μέθοδο των τριών και βρίσκουμε...)

$$X = 1 \cdot \frac{120}{8} = 15$$

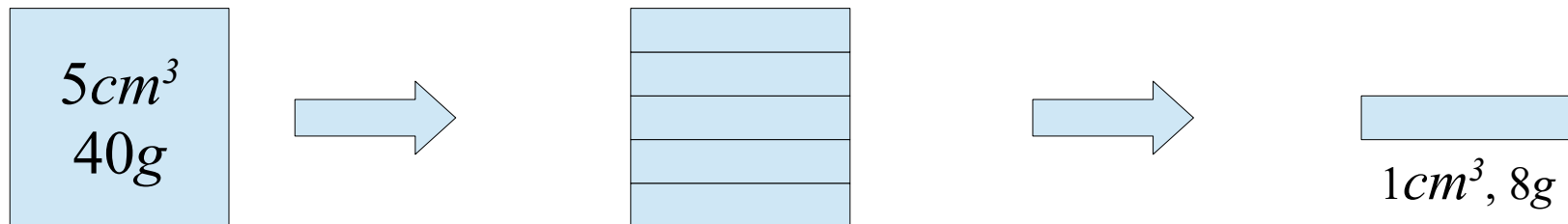
Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

---

**Σχηματικά:**



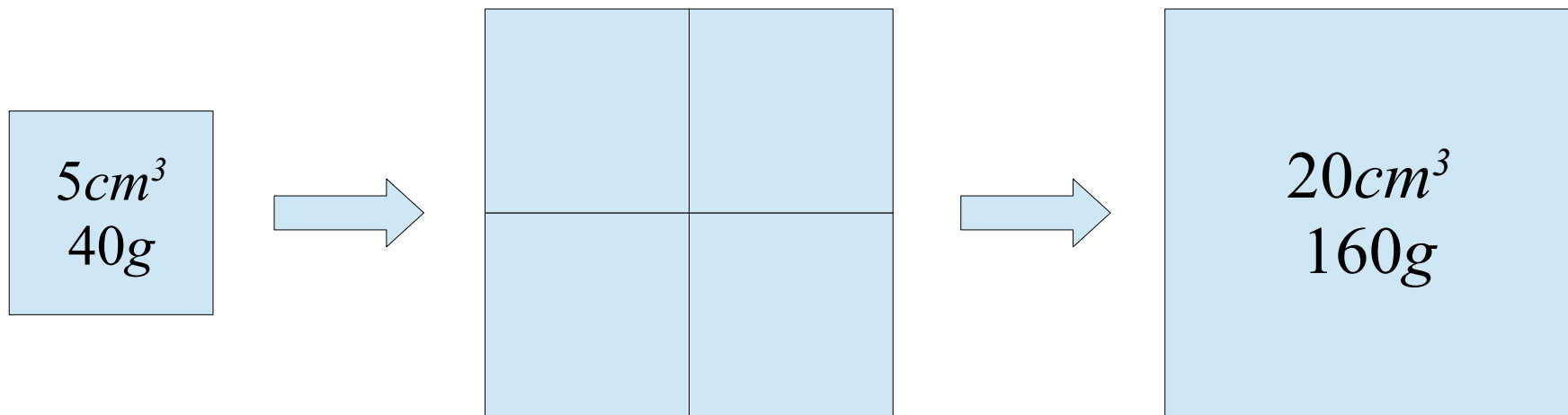
Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

**Σχηματικά:**



Ένα κομμάτι ατσαλιού έχει μάζα 40g και έχει όγκο  $5\text{cm}^3$ .

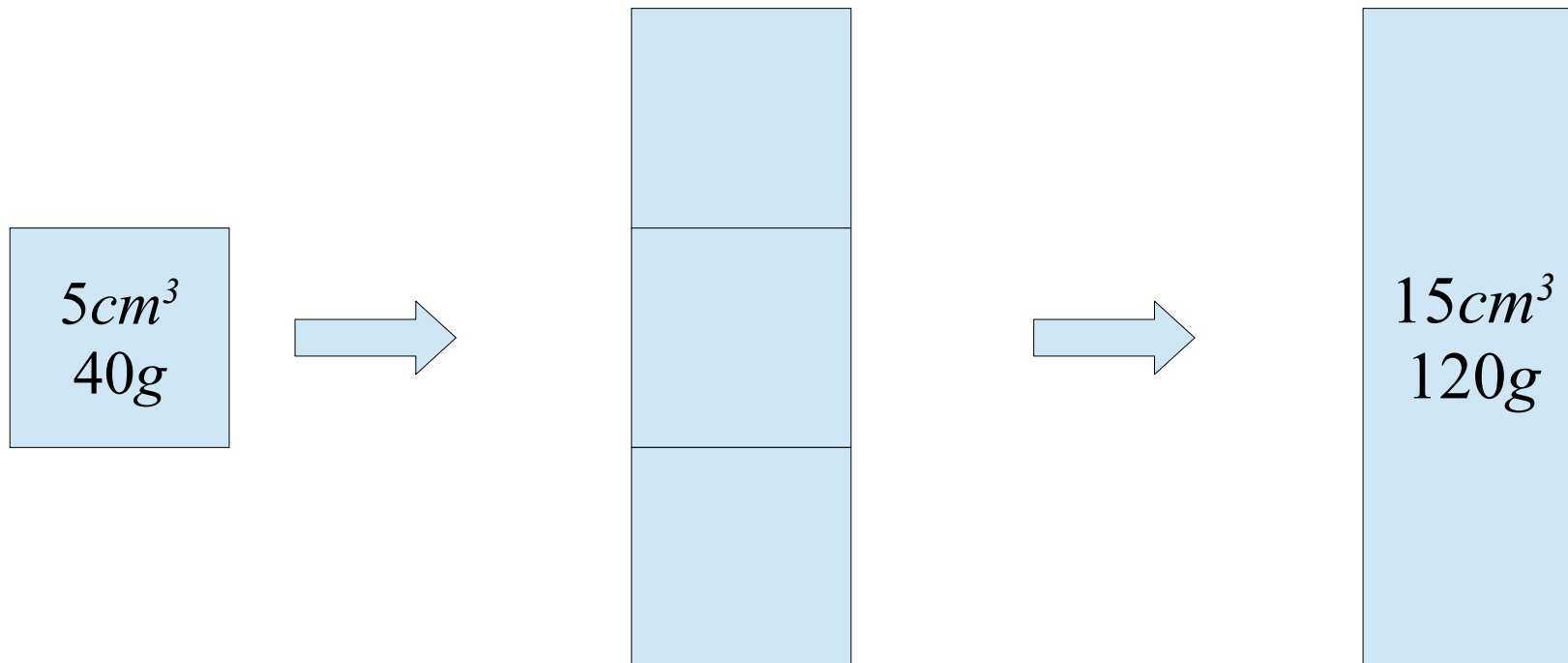
A) Πόση είναι η πυκνότητα τού ατσαλιού;

B) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $1\text{cm}^3$ ;

Γ) Πόση μάζα θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει όγκο  $20\text{cm}^3$ ;

Δ) Πόσο όγκο θα έχει ένα κομμάτι ατσαλιού που έχει μάζα 120g;

## Σχηματικά:



**ΠΡΟΣΟΧΗ!** Όποιος μαθητής/μαθήτρια δε θυμάται τα **ανάλογα ποσά** και την **απλή μέθοδο των τριών**, να ανατρέξει οπωσδήποτε στο βιβλίο των Μαθηματικών του/της, τής ΣΤ' Δημοτικού, στα Κεφάλαια 30-39 και να τα ξαναδεί προσεκτικά! Εναλλακτικά, μπορεί να επισκεφτεί τις σελίδες αυτές στο Ψηφιακό Σχολείο, π.χ. στην ηλεκτρονική διεύθυνση:

[http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2186/Mathimatika\\_ST-Dimotikou\\_html-empl/index3\\_30.html](http://ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2186/Mathimatika_ST-Dimotikou_html-empl/index3_30.html)

### Λόγος

Το αποτέλεσμα της σύγκρισης δύο μεγεθών που εκφράζεται ως κλάσμα ονομάζεται **λόγος**. Το κλάσμα αυτό έχει αριθμητή το ένα μέγεθος και παρονομαστή το άλλο.

### Παραδείγματα

Ο πύργος του Άιφελ έχει ύψος περίπου 300 μέτρα, ενώ ο Λευκός Πύργος περίπου 30 μέτρα.

Ο λόγος των υψών τους είναι  $\frac{300}{30}$  ή  $\frac{30}{3}$  ή 10.

(Δηλαδή ο πρώτος είναι 10 φορές ψηλότερος.)

### Αναλογία

Όταν συγκρίνοντας δύο λόγους διαπιστώσουμε ότι είναι ίσοι μεταξύ τους, λέμε ότι αποτελούν μια **αναλογία**.

### Παραδείγματα

Οι λόγοι  $\frac{1}{5}$  και  $\frac{2}{10}$  σχηματίζουν αναλογία γιατί

είναι ίσοι  $\left(\frac{1}{5} = \frac{2}{10}\right)$

Για να σχηματίσω αναλογία από έναν λόγο, αρκεί να φτιάξω έναν άλλο λόγο που να είναι ίσος με τον πρώτο, όπως στα κλάσματα (πολλαπλασιάζοντας ή διαιρώντας και τους δύο όρους με κάποιον αριθμό).

### Σταυρωτά γινόμενα

Πολλαπλασιάζοντας «χιαστί» τους όρους μιας αναλογίας τα γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα. Τα γινόμενα αυτά λέγονται **σταυρωτά γινόμενα**.

### Παραδείγματα

Στην αναλογία  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  τα σταυρωτά γινόμενα

είναι:  $4 \cdot 3 = 12$

$6 \cdot 2 = 12$

## Ανάλογα ποσά

Δύο **ποσά** είναι **ανάλογα**, όταν οι τιμές του ενός προκύπτουν από τις τιμές του άλλου πολλαπλασιάζοντας κάθε φορά με έναν σταθερό αριθμό.

Στα ανάλογα ποσά ο λόγος των τιμών τους διατηρείται σταθερός.

## Παραδείγματα

Η αξία ενός υφάσματος είναι ανάλογη προς το μήκος του.

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ			
Μήκος υφάσματος σε μέτρα	1	2	3	4
Αξία υφάσματος σε €	5	10	15	20

Οι λόγοι τους είναι ίσοι:  $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20} = 0,2$

### α) Με αναγωγή στη μονάδα

Η διαδικασία με την οποία σε ένα πρόβλημα με ποσά ανάλογα βρίσκω πρώτα την τιμή της μιας μονάδας (με διαίρεση) και στη συνέχεια βρίσκω την άγνωστη τιμή (με πολλαπλασιασμό) λέγεται αναγωγή στη μονάδα.

## Παραδείγματα

Τα 5 μέτρα ύφασμα κοστίζουν 30€. Πόσο κοστίζουν τα 12 μέτρα ύφασμα;

### Λύση

Τα 5 μέτρα κοστίζουν 30 €

Το 1 μέτρο κοστίζει  $30 : 5 = 6$  €

Τα 12 μέτρα κοστίζουν  $12 \cdot 6 = 72$  €

### β) Σχηματίζοντας την αναλογία

Εργάζομαι ως εξής:

- ❖ Φτιάχνω τον πίνακα ποσών και τιμών.
- ❖ Εξετάζω αν τα ποσά είναι ανάλογα.
- ❖ Χρησιμοποιώ μεταβλητή για την άγνωστη τιμή.
- ❖ Σχηματίζω την αναλογία.
- ❖ Βρίσκω τον άγνωστο όρο της αναλογίας λύνοντας την εξίσωση.

Τα 5 μέτρα ύφασμα κοστίζουν 30 € Πόσο κοστίζουν τα 12 μέτρα;

### Λύση

ΠΟΣΑ	ΤΙΜΕΣ	
Μήκος υφάσματος σε μέτρα	5	12
Αξία σε €	30	x

Τα ποσά μήκος υφάσματος και αξία είναι ανάλογα ποσά (το διπλάσιο μήκος έχει διπλάσια αξία).

Στα ανάλογα ποσά οι λόγοι των αντίστοιχων τιμών τους είναι ίσοι.

Σχηματίζω την αναλογία και βρίσκω τον άγνωστο όρο.

$$\frac{5}{30} = \frac{12}{x} \quad \begin{array}{l} \text{Άρα } 5 \cdot x = 30 \cdot 12 \text{ επομένως } 5 \cdot x = 360 \\ \text{Άρα } x = 360 : 5 \quad x = 72 \end{array}$$